

210. Asenova M., Fandiño Pinilla M.I., Monaco A. (2012). Il curricolo verticale di matematica. In: Loiero S., Spinosi M. (Eds.) (2012). *Fare scuola con le indicazioni*. Napoli – Firenze: Tecnodid – Giunti Scuola. ISBN: 9788867070008. Pagg. 83-92.

## Il curricolo verticale di matematica

Miglena Asenova, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Annarita Monaco  
RSDDM di Bologna

### 1. Che senso ha oggi apprendere la matematica a scuola e la necessità di un curricolo verticale

Alcuni degli aspetti peculiari relativi al curricolo di matematica si caratterizzano nel proporre, più o meno esplicitamente, risposte a domande relative a: che cos'è la matematica; perché la si deve insegnare; come si pianifica, gestisce e valuta l'apprendimento in matematica; che cosa vuol dire che un allievo ha raggiunto una certa competenza in matematica; come si valuta l'efficacia di un insegnamento della matematica. Un modo di vedere la matematica è di considerarla come un "prodotto sociale", assai più che un mero insieme di concetti ed abilità, quanto meno dato che ha un proprio sviluppo storico che le ha permesso di portare l'umanità a risolvere problemi concreti, contribuendo dunque allo sviluppo di ciascuna società, fino alla costruzione di teorie la cui applicazione concreta non sempre è evidente, se non agli "esperti".

La matematica appare dunque in tutte le culture; la definizione di una cultura matematica scolasticamente accettabile ricade nella problematica della istituzionalizzazione della conoscenza, all'un tempo facente parte della definizione di un curricolo e della pratica docente.

La giustificazione della presenza della matematica all'interno dei saperi che costituiscono la scuola ha superato le ragioni meramente funzionali e strumentali che l'hanno fatta introdurre in passato (leggere, scrivere e *far di conto*); nello stesso tempo ha perso però quelle caratteristiche secondo le quali la matematica ha la caratteristica di contribuire ad apprendere a pensare, a ragionare, ad essere coerenti, esatti, razionali, ordinati ecc., come una certa mistica ha sempre supposto essere, senza efficaci prove empiriche. Si è inclini oggi a giustificare la presenza della matematica nel curricolo scolastico per l'utilità e la duttilità del suo linguaggio, per il suo indubbio successo all'interno delle altre scienze, per l'utilità indiscussa dei suoi processi di pensiero presi a prestito ed emulati da altri campi di studio, per lo sviluppo del pensiero logico che, pur essendo condiviso da qualsiasi altra esperienza disciplinare, è di fatto intrinseco alla matematica per sua stessa natura.

La direzione più attuale consiste nella necessità di proporre un curricolo in verticale nel quale l'obiettivo sia la formazione di allievi competenti in matematica, naturalmente tenendo conto dello sviluppo ontogenetico. Si pone allora come prioritaria la definizione di che cosa sia un "allievo competente" o, il che è la stessa cosa, che cosa sia *davvero* una competenza.

Una schematizzazione concreta che riassume l'attività docente che parte da un sapere e che giunge alla costruzione individuale di un sapere competente, è la seguente; in essa si tiene conto di molti termini tecnici, definiti in didattica della matematica:

si va da un Sapere istituzionale ad un sapere da insegnare attraverso un complesso processo che si chiama trasposizione didattica;

e poi da quel sapere che si è deciso di insegnare all'analisi del sapere realmente insegnato, prendendo in considerazione tutto quel complesso che si chiama ingegneria didattica e che contiene metodologie e strumenti;

sappiamo come sia diverso il sapere insegnato da quello appreso e come quest'ultimo sia importante per stabilire che cosa sia un sapere competente.

Analogamente, la creazione di un curriculum non può che seguire la stessa traccia che qui sotto schematizziamo partendo dall'analogo del Sapere (che è il "curricolo auspicato") fino all'analogo del sapere competente (che qui è il "curricolo appreso"):

dal curriculum auspicato al proposto, attraverso l'atto dell'insegnamento;

dal curriculum che si intende proporre a quello realmente sviluppato, tenendo in conto la realtà della vita d'aula;

e infine al curriculum appreso che si basa sulla realtà dell'apprendimento, il che richiede una teoria della valutazione.

Ogni docente di matematica ha una sua visione personale della disciplina che insegna; per alcuni docenti la matematica è un insieme di strutture a carattere logico interconnesse; per altri è un insieme di fatti e strumenti per produrre formalismi utili; per alcuni è un corpo unificato e statico di conoscenze, per altri una disciplina in continuo mutamento; alcuni la definiscono come la scienza dei numeri e delle figure; altri mettono l'accento sul linguaggio o sulle dimostrazioni considerandone peculiarità irrinunciabili; altri evidenziano aspetti algoritmici, linguistici, estetici ecc.

Tra le componenti essenziali delle quali occorre tener conto nella stesura del curriculum, di grande rilievo sono quelle connesse con la ricerca in didattica della matematica, in particolare quelle legate alla pratica di gestione del sapere. Tra queste, ricordiamo:

la trasposizione didattica;

gli apporti della psicologia dell'apprendimento; si considera superata l'idea che l'apprendimento sia caratterizzato da una linearità consequenziale a stadi gerarchica; si deve oggi sempre più parlare di apprendimento come una rete, come maglie tra atomi, come legami non sempre consequenziali, nella zona di sviluppo prossimale, dunque a carattere problematico.

C'è ancora un punto che emerge con forza, ed è la competenza matematica e professionale degli insegnanti. La competenza matematica degli insegnanti è varia e multiforme per sua stessa natura ma, di norma, tende ad essere sempre più profonda man mano che si sale nel livello scolastico, soprattutto a causa della richiesta che si fa in ingresso: al futuro insegnante di liceo si chiede una laurea in matematica, all'insegnante di scuola dell'infanzia ci si limita(va) a chiedere un corso di studi assai ristretto. Noi sosteniamo che questo modo di vedere le cose è superato e che anche ai livelli scolastici iniziali si debba sempre più chiedere competenza specialistica, soprattutto in base al fatto che la vastità delle argomentazioni matematiche ai primi livelli scolastici, per quanto poco formali o poco estese, sono però profonde e necessitano dunque di una cultura diffusa, ragionata, chiara, stabile, critica, personale.

La competenza professionale degli insegnanti è questione delicata, stante la difficoltà di definirla. Essa non è misurabile in termini di esperienza bensì in termini di competenza didattica e di disponibilità efficace nel farne uso. Tale competenza è specifica del sapere in gioco, dunque è peculiare del livello scolastico in cui si agisce. Ora, poiché la disciplina "didattica della matematica" è assai giovane (non ha più di 30-35 anni) ed è neonata tra le discipline d'insegnamento accademico (in Italia non ha più di 10 anni), ciò comporta che solo da pochissimi anni comincino a circolare insegnanti formati in essa.

Ciò comporta che vi sia una riconosciuta, accettata, gradita diversità tra le esigenze contenutistiche e didattiche dei vari livelli scolari, il che è fonte di arricchimento professionale per tutti. Ciò spiega anche perché, nella definizione di un curriculum in verticale, occorra lavorare insieme: ognuno apporta contributi e nessuno può dettar legge. È però necessaria la presenza di un esperto che dia all'un tempo la sicurezza disciplinare e la competenza riconosciuta e specifica in didattica.

Vogliamo solo qui richiamare quelli che sono i punti essenziali e preminenti della competenza professionale degli insegnanti.

1. Il triangolo della didattica. Si tratta dello studio delle interrelazioni complesse che regolano i rapporti tra insegnante, allievo e sapere, una sorta di complesso sistemico che definisce la vita di aula.

2. Ostacoli all'apprendimento della matematica. Si tratta dello studio delle tipologie delle difficoltà dell'apprendimento della matematica per cause ontogenetiche (legate cioè all'allievo), didattiche (legate cioè alle scelte didattiche dell'insegnante), epistemologiche (legate cioè alla disciplina stessa).

3. La matematica come cultura. Si tratta dello studio della particolare visione che porta a scelte didattiche basate su epistemologie personali dell'insegnante che assume ed accetta l'idea che la matematica sia una particolare forma di espressione della cultura. Tale scelta od accettazione modifica nel profondo ogni azione didattica.

4. Immagini, modelli e misconcezioni.

5. Registri semiotici. La costruzione dei concetti (noesis) richiede la capacità di rappresentazione semiotica di tratti distintivi e peculiari di essi, nonché la capacità di trattamento (passaggio da una rappresentazione in un dato registro semiotico ad un'altra rappresentazione all'interno dello stesso registro) e di conversione (passaggio da una rappresentazione in un dato registro ad un'altra rappresentazione in un diverso registro). Questo è da molti Autori considerato il punto più importante e delicato dell'apprendimento concettuale in matematica.

6. La scolarizzazione dei saperi. Si tratta dello studio di un processo tipico della scuola, cioè la rinuncia dello studente ad essere protagonista nelle scelte culturali ed apprenditive, l'accettazione supina cioè della scelta dei saperi che contano da parte dell'istituzione, dell'insegnante.

Una struttura curricolare complessa e significativa deve tener conto dei seguenti fattori che enumeriamo e assai brevemente commentiamo.

1. Organizzazione per conoscenze (ideata come conoscenza concettuale e procedurale).

2. Come sistema tecnologico di produzione. Si tratta di pensare ad una sorta di sistema tecnologico all'interno del quale si producono forme sempre più elaborate di conoscenza.

3. Pianificazione dell'istruzione. Un curriculum è un progetto, un piano, l'elaborazione strategica di un atto complesso che ha un fine, uno scopo, un obiettivo, ed uno o più metodi. Esso ha quindi bisogno di una vera e propria pianificazione dal punto di vista dell'insegnante.

4. Esperienze di apprendimento. Il curriculum deve essere strumento agile ed efficiente, concreto e duttile. Dunque non deve essere un oggetto astratto; anzi, al contrario, è peculiare in esso che si tenga conto delle più disparate esperienze efficaci di apprendimento.

5. Risoluzione di problemi (conoscenza, processi e contesti). Il problema coniuga in sé le tre componenti: conoscenza dei termini concettuali in gioco, analisi e padronanza dei processi, per esempio strategici ed algoritmici, capacità di dominio dei contesti, sia extra matematici sia intrinseci, in un modo armonico di alto livello formativo.

Il curriculum è anche il documento che programma la valutazione. In lingua italiana tale termine è ambiguo e dunque vogliamo distinguere almeno tre sensi:

- valutazione dell'allievo che apprende la matematica; è il senso più diffuso e più atteso del termine "valutazione" spesso identificato con un "voto"; la cosa è assai più complessa e andrebbe necessariamente ripresa con molta attenzione;
- valutazione dell'efficacia dell'azione didattica: quanto è stata efficace, in termini di apprendimento effettivo degli studenti, una data azione didattica? Si tratta di una domanda intelligente e la cui risposta richiede alta professionalità;
- valutazione della pertinenza di segmenti del curriculum stessi: un curriculum non è qualche cosa di stabile ed intoccabile, anzi: è uno strumento professionale che deve essere in continua evoluzione.

Il tema della valutazione è, a nostro avviso, uno dei più delicati e sofferti e quindi meriterebbe maggiori attenzioni.

Che cosa deve contenere un curriculum, concretamente? A nostro avviso almeno i seguenti punti:

- temi di matematica intesi come contenuti; è qui che si inserisce l'importante discorso dei nodi concettuali disciplinari;
- suggerimenti metodologici; di ogni tema è bene dare almeno un suggerimento metodologico, foss'anche solo l'indicazione di quali siano quelli per cui si ritiene essenziale creare una situazione a-didattica;
- evoluzione del linguaggio della matematica, da parte del docente, da parte dell'allievo; parte del curriculum è necessariamente dedicata al linguaggio della disciplina, la cui evoluzione accompagna la crescita culturale dello studente, dalla scuola dell'infanzia alla scuola superiore;
- usi del linguaggio della matematica in aula (discussione tra compagni per la validazione); tema importante, quello del linguaggio di scambio comunicativo tra pari, sempre più oggetto di studio da parte della didattica; una situazione di validazione ha molta più efficacia didattica per l'intero gruppo classe che non una dotta spiegazione frontale effettuata dall'insegnante;
- strategie e procedure: algoritmi, risoluzione di problemi;
- comunicazione: definizione, congettura, prova, argomentazione, dimostrazione; qui è importante notare che le forme del comunicare sono varie e molteplici, ciascuna ricca di senso e di profondità; le ricerche mostrano che la dimostrazione in aula è figlia dell'argomentazione e dunque è inutile o dannoso anticipare modalità che non siano condivise ed accettate, molto meglio è legare modalità comunicative alle effettive esigenze degli studenti;
- uso concreto della matematica nella vita reale esterna alla scuola; a questa tematica, occorre dare spazio, l'abbiamo più volte affermato;
- storia: occorre sfatare il mito che la matematica sia un prodotto stantio eterno, ma dare invece la certezza che si tratta di una disciplina in continua evoluzione, anche ricorrendo alla sua storia, il che ha fascino notevole sugli studenti e restituisce alla matematica quella umanità altrimenti perduta.

## 2. I traguardi di competenza e gli obiettivi in matematica

### 2.1. Scuola dell'infanzia e scuola primaria

Fin dai primissimi anni di vita i bambini strutturano i loro concetti matematici. Nella scuola dell'infanzia posseggono già numerose intuizioni sul numero e i suoi significati: ordinale, cardinale, come valore del denaro; sperimentano l'uso del numero in relazione al tempo (calendario) e come espressione di una misurazione; domina, soprattutto, il numero nel suo significato di etichetta.

Già da tempo gli insegnanti di scuola primaria, all'inizio della classe prima, sono soliti effettuare una ricognizione delle competenze matematiche possedute in ingresso dai bambini, allo scopo di acquisire il già presente e poter progettare su basi realistiche attività matematiche, secondo modalità non ripetitive, ma effettivamente interessanti, significative e stimolanti per i bambini.

Alla luce di tali considerazioni, è significativa la presenza, nel testo delle nuove Indicazioni per la scuola dell'infanzia, di voci inedite, sia nel paragrafo dedicato a *Numeri e spazio*, sia tra i traguardi per lo sviluppo della competenza (ultime due voci: sul numero e sullo spazio), sia anche nella parte finale denominata "Dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria" (possiamo rintracciare in ogni competenza aspetti che riguardano anche l'apprendimento della matematica).

Anche il testo relativo alla scuola primaria appare arricchito da elementi interessanti: l'accento messo sullo stretto rapporto tra fare e pensare e, di conseguenza, l'importanza attribuita al *laboratorio*, inteso come luogo sia fisico che mentale, dove l'alunno progetta, sperimenta, discute, argomenta le proprie scelte, negozia e costruisce significati, e al *gioco*, del quale si sottolinea il ruolo cruciale. Di assoluto interesse è la voce, tra i traguardi di competenza, "Riconosce e utilizza" rappresentazioni diverse di oggetti matematici(...), per l'attenzione riservata alla semiotica, che ha oggi un ruolo determinante per comprendere il processo di apprendimento degli oggetti matematici

e per analizzare le difficoltà e gli errori. Da sottolineare anche la voce: “Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici”, che apre la matematica a tutte le altre discipline, e ne esalta la trasversalità.

Tra gli obiettivi di apprendimento di fine terza, appare “Misurare grandezze (lunghezze, tempo ecc.)”, che allarga il terreno di esplorazione delle misure, oltre le lunghezze e il metro. Nel nucleo *Spazio e figure*, tra gli obiettivi di fine quinta, si introducono: “Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti”, “Utilizzare e distinguere tra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità” (strano miscuglio di geometria e descrizione empirica), “Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall’alto, di fronte ecc.)”, nell’ottica di una valorizzazione sempre più esplicita del passaggio dal tridimensionale al bidimensionale, e viceversa, e dell’importanza dei punti di vista nelle visualizzazioni di figure geometriche. L’uso più esteso di verbi come “utilizzare” e “operare” anziché “conoscere” è ancora un segno di valorizzazione dell’operatività nell’apprendimento matematico.

## 2. 2. Suola secondaria di primo grado

### a. I traguardi per il raggiungimento delle competenze

Il testo riservato ai traguardi nelle Indicazioni suggerisce la costruzione di un curriculum operativo, finalizzato alla soluzione di casi concreti; sparisce il riferimento esplicito al laboratorio, ma esso è indicato nel quadro generale della disciplina come strumento per il raggiungimento degli obiettivi generali. Si aggiunge un traguardo legato al calcolo della probabilità, mentre scompaiono i richiami espliciti al significato di alcuni termini legati alla considerazione delle condizioni del verificarsi degli eventi (*possibile, certo, impossibile*) o della loro probabilità (*probabile*), ai connettivi logici e ai quantificatori. Trattare questi ultimi come argomenti a sé stanti pare poco opportuno per il livello scolastico considerato; non va persa tuttavia di vista la loro importanza per la costruzione del linguaggio matematico: delegare l’apprendimento dell’uso corretto di questi termini esclusivamente alle ore di italiano può essere rischioso dato che, nella lingua naturale, essi hanno significati non sempre coincidenti con quelli nel linguaggio matematico (si pensi che, in logica, ‘tutti’ rientra in ‘alcuni’, mentre nella lingua naturale no).

### b. Gli obiettivi specifici di apprendimento

I traguardi per le competenze sono declinati (come anche nelle Indicazioni precedenti) in 4 nuclei tematici: *Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni*. Dal nome del 4° nucleo sparisce il termine *misura*. Anche qui si nota una scelta operativa: si considera come obiettivo il *processo* “misurare”, più che la conoscenza teorica di misure. Le abilità necessarie si considerano già acquisite e così a questo livello scolastico si aggiunge soltanto l’uso dell’ordine di grandezza per esprimere misure (nel nucleo *Numeri* si aggiungono le potenze).

Nel nucleo *Spazio e figure* si inseriscono le trasformazioni geometriche, con riferimento all’idea di proprietà invarianti per una data trasformazione geometrica. Questo risponde alla richiesta di una graduale formalizzazione e generalizzazione degli argomenti e supporta il raggiungimento del traguardo legato al riconoscimento delle forme nel piano e nello spazio e delle relazioni tra i loro elementi. Le trasformazioni geometriche possono inoltre agevolare il passaggio da una geometria intesa come *rappresentazione* ad una geometria più moderna intesa come *trasformazione* di forme.

### c. Dal traguardo agli obiettivi e viceversa

Per definire la struttura del curriculum partendo dalle Indicazioni, l’insegnante deve individuare il legame tra gli obiettivi specifici, i traguardi per lo sviluppo delle competenze e le competenze che la scuola dovrà certificare al termine del percorso scolastico. Si possono distinguere quindi 3 livelli secondo i quali declinare il sapere da trasporre e quindi da valutare.

Ogni volta che si affronta un passaggio tra i diversi livelli del curriculum, una parte degli studenti si perde, a volte irrimediabilmente. Sono possibili varie chiavi di lettura di questi fenomeni e la scolarizzazione del sapere e delle relazioni ha certamente un ruolo negativo importante in questi meccanismi. Qui si vuole tuttavia solo accennare ad alcuni strumenti che l'insegnante può usare per comprenderli. Riteniamo che a tale proposito sia funzionale un'interpretazione di un esempio dal punto di vista dell'apprendimento concettuale in riferimento alla teoria dei registri semiotici. Per esigenze di brevità, ci limitiamo ad esemplificare un collegamento tra i primi 2 livelli, cioè tra obiettivi specifici e traguardi.

Secondo la prima voce dei traguardi da raggiungere, l'alunno dovrebbe saper eseguire con sicurezza i calcoli anche con i numeri razionali e padroneggiarne le diverse rappresentazioni.

Nell'attività matematica appare evidente l'esigenza di riconoscere lo stesso numero razionale (oggetto matematico) dietro le sue tante possibili rappresentazioni semiotiche (rapporto, frazione, più frazioni equivalenti, numero decimale, ...) e l'insegnante tenderà ad evidenziare questo concetto nelle occasioni opportune, incoraggiando l'uso delle trasformazioni semiotiche da parte dello studente, con la speranza di ottenere una generalizzazione cognitiva opportuna e corretta del concetto di numero.

Alle percentuali, invece, viene spesso riservato un trattamento particolare; infatti, nelle Indicazioni si trova come obiettivo: "interpretare una variazione percentuale di una quantità data come una moltiplicazione per un numero decimale". Mentre lo studente è di solito pronto a riconoscere il ruolo della frazione come operatore, cioè la possibilità di calcolare una frazione di un totale mediante una moltiplicazione, la resistenza nel fare la stessa cosa con un numero decimale è molto maggiore. Le cose si complicano ulteriormente se il numero decimale in questione è maggiore di 1.

### 3. Esempio di sviluppo diacronico per uno dei contenuti irrinunciabili: nascita e sviluppo del concetto di numero e del calcolo scritto e mentale

Nelle pagine precedenti sono stati tracciati i criteri di un curriculum verticale di matematica. Volendo proiettare concretamente nel futuro le nuove Indicazioni, appare a questo punto indispensabile dare un esempio di come si potrebbe sviluppare nel tempo (dalla Scuola dell'Infanzia fino alla Secondaria di primo grado) uno dei contenuti irrinunciabili, facendo cenno anche ai criteri metodologici, agli agganci con il mondo esterno e alle radici storiche, nell'intento di dare senso agli apprendimenti d'aula e facilitare la costruzione delle competenze.

Naturalmente si tratta solo di un esempio che potrebbe e dovrebbe essere ripreso per ogni argomento.

Livello di scuola →  Impostazione di un segmento del curriculum ↓	<b>Scuola dell'infanzia</b>	<b>Scuola primaria</b>	<b>Scuola secondaria di primo grado</b>
Traguardo per lo sviluppo della competenza <i>Numeri.</i>	Padroneggia le strategie del contare e dell'operare con i numeri in situazioni idonee.	L'alunno affronta con sicurezza il calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere ad una calcolatrice.	Sa eseguire con sicurezza calcoli anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di

			operazioni, valutando quale sia lo strumento di calcolo più opportuno.
Obiettivo di apprendimento 1.	Contare oggetti ed eventi, accompagnandoli con i gesti del togliere e dell'aggiungere. Rappresentare con simboli opportuni i risultati delle esperienze.	<p><b>Al termine della terza:</b> Sa eseguire mentalmente adeguate operazioni con i numeri naturali e spiegare le procedure di calcolo eseguite.</p> <p><b>Al termine della quinta:</b> Sa eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice, a seconda delle situazioni.</p>	Sa eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo, decidendo quale sia lo strumento più opportuno.
Attività e sua descrizione.	<p><b>Il gioco delle carte.</b></p> <p>I bambini giocano con le carte grandi da gioco. Alcuni giochi che richiedono addizioni e sottrazioni con numeri opportuni.</p> <p>Alla fine dell'esperienza la maestra invita a disegnare l'esperienza vissuta e a raccontare quel che si è rappresentato.</p>	<p><b>Dal disegno alle operazioni; dalle operazioni alla calcolatrice.</b></p> <p>L'insegnante propone ai bambini di produrre disegni che abbiano a che fare con la matematica. Ciascun bambino produce un disegno, nel quale ci sono elementi da contare, da aggiungere oppure tra i quali calcolare differenze; ma anche elementi che si ripetono, quantità che si dividono per un certo numero di persone o di oggetti. Se ricorrono le condizioni opportune, nessuna remora ad usare la calcolatrice.</p>	<p><b>Dal problema alla soluzione e alla rappresentazione; la scelta degli strumenti opportuni</b> (attività per piccoli gruppi).</p> <p>Esempio. In una scuola ci sono 2 classi terze: una ha 24 alunni di cui <math>\frac{1}{3}</math> sono femmine, l'altra ha 15 femmine ed esse sono il 25% in più dei maschi. Rappresenta la composizione delle singole classi. Qual è il rapporto tra maschi e femmine nelle classi terze di questa scuola? Qual è il numero totale degli alunni nelle due classi? Altre proposte problematiche di situazioni che richiedano risposte a domande procedurali come: Come si deve procedere? Quali strumenti è opportuno usare? Qual è l'ordine di grandezza della stima effettuata?</p>
Aspetti metodologici.	La situazione descritta si può creare di frequente nella scuola dell'infanzia, anche nell'ambito delle routine. È cura del docente far emergere ed esprimere le strategie che spontaneamente i bambini mettono in atto. Possiamo chiedere ai bambini di rappresentare in diversi modi il 7 oppure l'operazione	Il calcolo mentale deve precedere e dominare nei primi anni della primaria sul calcolo in colonna, che dovrebbe essere utilizzato laddove non arriva la mente. I bambini utilizzano inizialmente materiali della realtà (tappi colorati, biglie, sassolini, pasta, ...) e ad essi fanno riferimento concreto per	Sebbene sia opportuno che il punto di partenza sia dato da situazioni concrete, è auspicabile che si giunga ad una progressiva sistematizzazione e formalizzazione, finalizzata alla percezione del passaggio da un insieme numerico a quelli successivi mediante estensione. Saper operare con diverse

	dell'aggiungere ai 4 semi di cuori i 3 semi di quadri: con i gesti, con i salti, con il raggruppamento di oggetti, con le dita, con i suoni. Contribuiamo ad arricchire l'universo semiotico dei bambini, che è già naturalmente presente.	svolgere le loro prime operazioni per poi da essi staccarsi ed astrarre. L'uso degli strumenti precede, dunque, il calcolo scritto e poi lo segue (con la calcolatrice). Tutto è naturalmente funzionale a calcolare; la scelta è motivata dagli stessi bambini.	rappresentazioni semiotiche a seconda del contesto. Il passaggio da una rappresentazione all'altra può essere dettato dagli strumenti di calcolo che si hanno a disposizione e dalle finalità (calcolare un risultato, comunicarlo ad altri, ...); l'uso della calcolatrice o del foglio elettronico sarà motivato dall'esigenza di velocizzare i calcoli più complessi e di consentire la gestione di dati numerosi.
Aspetti comunicativi.	In questa fase evolutiva, i bambini comunicano con i loro coetanei: si aiutano, dichiarano le loro convinzioni e le motivano; la lingua naturale è alla base dello sviluppo dei concetti di numerazione e di conteggio.	I bambini costruiscono il processo delle loro operazioni giustificando le loro scelte; creano gli strumenti e non li subiscono; pian piano si sviluppa il linguaggio matematico, staccandosi sempre più dagli oggetti e dalle azioni concrete.	I ragazzi iniziano a fare uso di un linguaggio più specifico e formale; distinguono le caratteristiche delle diverse rappresentazioni semiotiche dello stesso numero, giustificando le loro scelte e confrontandole con quelle dei compagni. Il linguaggio specifico entra a far parte del linguaggio naturale in maniera spontanea, per rendere più efficiente la comunicazione.
Agganci con il reale.	Contare, opportuni calcoli di addizione e sottrazione nel gioco; proponiamo ai genitori di effettuare in famiglia una esperienza con i bambini e di raccontarci come è andata; oppure chiediamo ai bambini stessi di raccontarla con il supporto di materiale documentale.	Quanti libri sono nella nostra casa pressappoco? Quelli di mamma? Quelli di papà? Quelli miei?  Altri problemi (anche dati a casa per coinvolgere la famiglia) nei quali è richiesta una stima.	Esempi tratti dalla vita reale: gli sconti nei negozi e l'acquisto via internet; uso della geometria e del teorema di Pitagora in problemi di percorsi.
Cenni storici.	Ossa di lupo intagliate dagli uomini preistorici, come macchine da conteggio.	Popolazioni primitive che usavano solo i numeri da 1 a 3 o 4. Altre popolazioni che contano in base 2. Papiri egizi con numeri grandi.	Gli antichi Egizi: le frazioni unitarie e il mito dell'occhio di Horus; la moltiplicazione per raddoppio.

## Bibliografia

D'Amore B., Fandiño Pinilla M. I., Sbaragli S. (2011). *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Bologna: Pitagora. Si tratta di 14 volumetti che contengono: elementi di matematica e di didattica di base per l'insegnante; strumenti e metodologie per fare scuola (laboratorio, problem solving, LIM, computer, software adatti, ...); curricolo e valutazione in

matematica; competenze in matematica; molti spunti di storia della matematica; attenzione speciale alle frazioni, alla geometria, alla misura; attività per la scuola dell'infanzia e passaggio alla scuola primaria; curricula verticali dettagliatissimi dal I giorno della I primaria all'ultimo giorno della V in tutte le componenti della matematica (geometria, aritmetica, probabilità e statistica, logica, misura ecc.).

D'Amore B., Fandiño Pinilla M. I., Iori M. (2013). *Primi elementi di semiotica. La sua presenza e la sua importanza nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.

Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica. Valutare e intervenire in modo mirato e specifico*. Trento: Erickson.